HOẠT ĐỘNG GIẢI BÀI TẬP TOÁN

Ngô Chí Trung

—

Hoạt động giải bài tập toán là một hoạt động trọng tâm trong dạy học toán ở trường phổ thông, đặt biệt là cấp THCS. Bởi lẽ, ở cấp học này, học sinh bắt đầu làm quen với hoạt động giải bài tập toán từ đơn giản đến phức tạp hơn. Hoạt động giải bài tập toán ở cấp THCS đòi hỏi nhiều yêu cầu hơn chứ không đơn thuần chỉ yêu cầu có kết quả đúng như ở Tiểu học, do đó học sinh, nhất là học sinh đầu cấp, không tránh khỏi những bở ngỡ, gặp phải những khó khăn nhất định. Khi đối mặt với các vấn đề mới, học sinh thường có tâm lí sợ sệt, mất tự tin do chưa tìm ra hoặc chưa biết cách giải quyết bài toán. Tâm lí như thế lâu ngày sẽ tạo cho học sinh sự chán nản trong học toán, sợ học toán, không tích cực học tập, lười làm toán,…

Dạy học giải bài tập toán là một hoạt động rất quan trọng, người thầy không chỉ cung cấp lời giải cho học sinh mà còn phải hướng dẫn, rèn luyện để học sinh có thể tự tìm ra lời giải bài toán cho riêng mình. Có như thế, học sinh mới tự tin đối mặt với những bài toán lạ. Với mong muốn đem lại cho các bạn đồng nghiệp một hướng nghiên cứu mới, tôi mạo muội đem vấn đề ***dạy học giải bài tập toán*** ra bàn luận một lần nữa, đây không phải là vấn đề mới, nhưng cũng không kém phần sôi động, nhất là trong thời điểm hiện nay, thời điểm mà chúng ta phải chung tay nâng cao chất lượng dạy học môn toán.

I. VỊ TRÍ CHỨC NĂNG CỦA VIỆC GIẢI BÀI TẬP TOÁN HỌC

1) Vị trí:

Dạy Toán là dạy hoạt động Toán học trong đó giải bài tập Toán là chủ yếu. Hoạt động giải bài tập Toán là điều kiện để thực hiện tốt các mục tiêu dạy học Toán. Vì vậy, tổ chức có hiệu quả việc dạy học giải bài tập Toán có vai trò quyết định đối với chất lượng dạy học Toán.

2) Chức năng:

+ Chức năng dạy học: Củng cố kiến thức mới rèn luyện kĩ năng, kĩ xảo; mở rộng lý thuyết mà trong khi dạy lý thuyết chưa có điều kiện trình bày; giúp học sinh hiểu sâu hơn và có thể vận dụng đa dạng các bài tập vào những tính huống cụ thể.

+ Chức năng giáo dục: Qua giải bài tập Toán hình thành cho học sinh thế giới quan duy vật biện chứng; tạo hứng thú học tập, niềm tinh và phẩm chất đạo đức của con người lao động mới (sáng tạo, cần cù, chịu khó, có óc thẩm mĩ).

+ Chức năng phát triển: Phát triển năng lực tư duy cho học sinh đặc biệt là rèn luyện các thao tác trí tuệ và phẩm chất tuy duy khoa học. Có thể nói "Toán học là môn thể thao của trí tuệ".

+ Chức năng kiểm tra: Nhằm đánh giá kết quả, mức độ dạy và học Toán; đánh giá khả năng độc lập học Toán và trình độ phát triển của học sinh.

Trên thực tế, các chức năng trên không bọc lộ riêng lẻ mà chúng kết hợp chặt chẽ, thống nhất.

II. CÁC YÊU CẦU LỜI GIẢI CỦA BÀI TẬP TOÁN HỌC

1) Lời giải phải không sai lầm kể cả những bước trung gian:

Kết quả cuối cùng phải là một đáp số đúng, một biểu thức, một hàm số, một hình vẽ phải thỏa mãn các yêu cầu đề ra. Kết quả các bước trung gian cũng phải đúng. Như vậy lời giải không thể chứa những sai lầm tính toán, hình vẽ, biểu thức, …

Thường học sinh sai lầm do ba nguyên nhân sau:

+ Sai sót về kiến thức toán học.

** Ví dụ:* Sau khi học xong định lí Pytago đảo, học sinh có thể mắc sai lầm khi vận dụng bài toán sau:

"Tam giác ABC có AB = 8, AC = 17, BC = 15 có phải là tam giác vuông không?"

** Học sinh giải như sau:*

$AB^2 + AC^2 = 8^2 + 17^2 = 64 + 289 = 353$.

$BC^2 = 15^2 = 225$.

Do $353 \neq 225$ nên $AB^2 + AC^2 \neq BC^2$ nên ΔABC không phải là tam giác vuông.

** Phân tích:* Ở đây học sinh sai lầm ở chỗ cho rằng BC là cạnh huyền mà quên đi kiến thức: Trong tam giác vuông cạnh huyền là lớn nhất.

** Sửa sai:*

$AB^2 + BC^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$.

$AB^2 = 17^2 = 289$

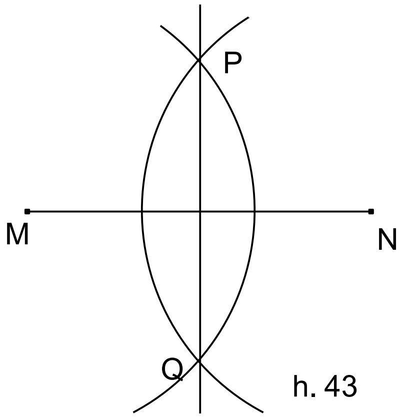
Do 289 = 289 nên $AB^2 = AB^2 + BC^2$.

$\Rightarrow \Delta ABC$ là tam giác vuông.

+ Sai sót về phương pháp suy luận.

** Ví dụ:* (Bài tập 45, trang 76, SGK toán 7, tập 2).

Chứng minh đường thẳng PQ được vẽ như trong hình 43 đúng là đường trung trực của đoạn thẳng MN.



h. 43

** Học sinh thường giải như sau:*

Ta có MP = NP (vì P nằm trên hai cung tròn có cùng bán kính và có tâm là M, N)

$\Rightarrow$ P cách đều hai mút của đoạn thẳng MN.

Tương tự, P cũng cách đều hai mút của đoạn thẳng MN.

$\Rightarrow$ PQ là đường trung trực của MN.

** Phân tích:* Trong chứng minh trên, học sinh chỉ mới chỉ ra được điểm P và điểm Q là thuộc đường trung trực của MN, còn các điểm khác thì chưa. Như vậy chỉ mới có hai điểm thuộc đường trung trực mà kết luận thì quá vội vàng, và chưa làm rõ được các điểm khác trên PQ cũng thuộc đường trung trực của MN, mà đây chính là kết luận của bài toán.

Yêu cầu bài toán là chứng minh đường thẳng qua P, Q (hai điểm thuộc đường trung trực của MN) là đường trung trực. Xét chứng minh trên, ta thấy rõ ràng, học sinh đã chỉ ra P, Q thuộc đường trung trực và kết luận PQ là đường trung trực. Như vậy là học sinh đã dùng kết luận của bài toán để chứng minh cho chính bài toán đó.

** Sửa sai:*

Gọi d là đường trung trực của MN.

Ta có MP = NP (vì P nằm trên hai cung tròn có cùng bán kính và có tâm là M, N)

$\Rightarrow$ P cách đều hai mút của đoạn thẳng MN $\Rightarrow P \in d$ (1)

Tương tự, P cũng cách đều hai mút của đoạn thẳng MN $\Rightarrow Q \in d$ (2).

Từ (1), (2) $\Rightarrow$ PQ cắt d tại hai điểm $\Rightarrow$ PQ trùng với d.

Hay PQ là đường trung trực của MN.

+ Sai sót do tính toán sai hay sử dụng ngôn ngữ, kí hiệu chưa đúng hay do vẽ hình sai.

* Ví dụ: Cho hai đa thức:

$A(x) = x^2 + 7x - 3$.

$B(x) = x^3 - 5x^2 + 4x - 6$.

Hãy tính A(x) – B(x) bằng cách sắp bài toán theo cột dọc.

* Học sinh làm như sau:

$$\begin{array}{r} - \begin{array}{rl} A(x) = & x^2 + 7x - 3. \\ B(x) = & x^3 - 5x^2 + 4x - 6. \end{array} \\ \hline A(x) - B(x) = -x^3 - 4x^2 + 3x - 9. \end{array}$$

* *Phân tích:* Trong các bài tập loại này, học sinh thường "quên" dấu trừ phía trước đa thức B(x) dẫn đến thực hiện phép toán sai lầm.

* *Sửa sai:* Giáo viên cần phải tập cho học sinh có thói quen kiểm tra lại lời giải cảu mình, hoặc cho học sinh nhận dạng các bài giải sai, từ đó rút được kinh nghiệm trong khi thực hiện các phép tính tương tự.

$$\begin{array}{r} - \begin{array}{rl} A(x) = & x^2 + 7x - 3. \\ B(x) = & x^3 - 5x^2 + 4x - 6. \end{array} \\ \hline A(x) - B(x) = -x^3 + 6x^2 + 3x + 3. \end{array}$$

2) Lời giải phải có cơ sở lý luận:

Yêu cầu này đòi hỏi lời giải từng bước biến đổi trong lời giải phải có cơ sở lý luận, phải dựa vào các định nghĩa, định lí, công thức, quy tắc đã học, đặc biệt phải chú ý đảm bảo thỏa mãn điều kiện trong giả thiết của bài toán hoặc của định lí.

* *Ví dụ 1:* Giải phương trình.

$$3x + 9 = 0$$

* *Khi mới tập giải, học sinh cần trình bài như sau:*

$3x + 9 = 0$

$\Leftrightarrow 3x = 0 - 9$ *(Chuyển vế hạng tử +9 sang vế phải và đổi dấu thành –9)*

$\Leftrightarrow 3x = -9$

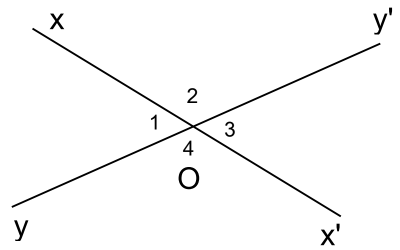
$\Leftrightarrow 3x : 3 = -9 : 3$ *(Chia hai vế cho 3)*

$\Leftrightarrow x = -3$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = -3$.

* *Phân tích:* Khi mới tập giải phương trình bậc nhất một ẩn (lớp 8) học sinh cần trình bài đầy đủ các cơ sở lí luận nhằm giúp học sinh nắm được các quy tắc chuyển vế, quy tắc nhân/chia với một số và các bước giải phương trình bậc nhất một ẩn. Khi nào đã thành thạo thì có thể bỏ qua các lời giải thích trên.

* *Ví dụ 2:* Chứng minh định lý: "Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau".



Ta có: $\widehat{O_1} + \widehat{O_2} = 180^\circ$ (Vì $\widehat{O_1}$ và $\widehat{O_2}$ là hai góc kề bù) (1)

Ta lại có: $\widehat{O_3} + \widehat{O_2} = 180^\circ$ (Vì $\widehat{O_3}$ và $\widehat{O_2}$ là hai góc kề bù) (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{O_1} + \widehat{O_2} = \widehat{O_3} + \widehat{O_2}$ (3)

Từ (3) suy ra: $\widehat{O_1} = \widehat{O_3}$ ❒

* *Phân tích:* Khi làm một bài tập hình học hay chứng minh một định lí toán học, học sinh cần phải trình bày đầy đủ cơ sở lý luận cho lý lẽ mình đưa ra. Việc làm này giúp cho người đọc dễ dàng theo dõi chứng minh cũng như dễ kiểm tra việc lập luận như thế là đúng hay sai.

3) Lời giải phải đầy đủ:

Yêu cầu này có nghĩa là không được bỏ sót một trường hợp, một khả năng, một chi tiết nào. Cụ thể là giải phương trình cũng không được thiếu một khả năng nào.

* *Ví dụ 1:* Giải phương trình:

$$\left|x-2\right|^{2009}+\left|x-3\right|^{2010}=1 \qquad (1)$$

Học sinh sẽ thấy ngay rằng x = 2 và x = 3 là hai nghiệm của phương trình. Kết quả này đúng nhưng chưa đủ, mà cần phải chứng minh các trường hợp còn lại: $x < 2$; $2 < x < 3$; $x > 3$ phương trình đều không có nghiệm.

Thật vậy:

+ Nếu $x < 2$ thì vế trái của phương trình lớn hơn 1 nên phương trình (1) không có nghiệm.

+ Nếu $x > 3$ thì vế trái của phương trình lớn hơn 1 nên phương trình (1) cũng không có nghiệm.

+ Nếu $2 < x < 3$, ta có:

$|x-2|^{2009} < |x-2|$

$|x-3|^{2010} < |x-3|$

$\Rightarrow |x-2|^{2009} + |x-3|^{2010} < |x-2| + |x-3|$

$= |x-2| + |3-x|$

$= |x-2+3-x|$ (Vì $x-2$, và $3-x$ là hai số dương)

$= |1| = 1.$

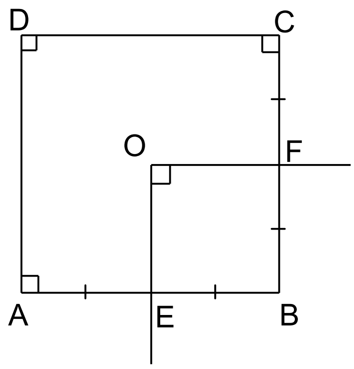
$\Rightarrow$ Phương trình (1) không có nghiệm khi $x < 2$; $2 < x < 3$; $x > 3$.

Vậy phương trình (1) không có nghiệm nào khác ngoài x = 2 và x = 3.

* *Ví dụ 2:* Cho hình vuông ABCD có cạnh AB = a, tâm O. Một góc vuông xOy có tia Ox cắt AB tại E, tia Oy cắt BC tại F. Tính diện tích tứ giác OEBF.

* *Học sinh có lời giải như sau:*

Giả sử tia Ox cắt AB tại E là trung điểm của AB, tia Oy cắt BC tại F là trung điểm của BC.



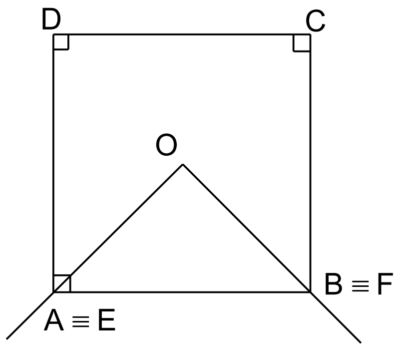
Khi đó học sinh chứng minh được OEBF là hình vuông có cạnh $\frac{a}{2}$.

$\Rightarrow S_{OEBF} = \frac{a}{2}.\frac{a}{2} = \frac{a^2}{4}.$

Lời giải trên cho kết quả đúng nhưng lời giải chưa tổng quát.

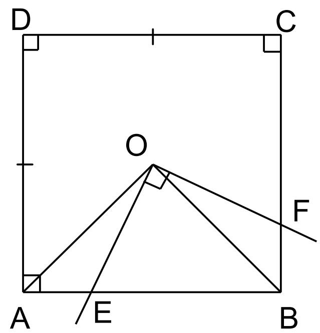
* *Học sinh có thể xét trường hợp khác:*

Giả sử tia Ox đi qua điểm E trùng với A, Oy đia qua điểm F trùng với B.



Khi đó tứ giác OEBF trở thành tam giác OAB có diện tích bằng $\frac{1}{4}$ diện tích hình vuông đã cho. Hay: $S_{OEBF} = \frac{a^2}{4}$.

– Chính từ hình vẽ của trường hợp đặt biệt thứ hai gợi ý cho việc tìm tòi lời giải của trường hợp tổng quát khi $E \in AB$, $F \in BC$.



Tứ giác OEBF và tam giác OAB có phần chung là ΔOEB. Nếu như phần còn lại là hai tam giác OAE và OBE bằng nhau thì diện tích tứ giác OEBF bằng diện tích tam giác OAB bằng một phần tư hình vuông ABCD.

Thật vậy:

Xét ΔOAE và ΔOBF có:

$\widehat{OAE} = \widehat{OBF} = 45^o$

OA = OB (tính chất đường chéo hình vuông)

$\widehat{AOE} = \widehat{BOF}$ (cùng phụ với $\widehat{EOB}$)

⇒ ΔOAE = ΔOBF (g.c.g)

Vậy $S_{OEBF} = S_{OAB} = \frac{a^2}{4}$.

4) Lời giải phải đơn giản nhất:

Cần phải tìm ra nhiều cách giải, sau đó chọn cách giải ngắn gọn, hợp lí nhất.

* *Ví dụ 1:* Rút gọn biểu thức:

$$(2x + y)^2 + 2(2x + y)(2x - y) + (2x - y)^2$$

\+ Mức độ 1: Học sinh khai triển hoặc thực hiện nhân từng hạng tử.

\+ Mức độ 2: Học sinh áp dụng các hằng đẳng thức 1, 2, 3 để khai triển các hạng tử.

\+ Mức độ 3: Học sinh áp dụng hằng đẳng thức $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$, với $a = 2x + y$; $b = 2x - y$.

* *Ví dụ 2:* Giải phương trình.

$$\left(2+\sqrt{3}\right)x^2 + 2\left(1+\sqrt{3}\right)x + \sqrt{3} = 0$$

+ Mức độ 1: Học sinh dùng Δ để giải.

+ Mức độ 2: Học sinh dùng Δ' để giải

+ Mức độ 3: Học sinh nhẩm nghiệm $a - b + c = 0$.

III. PHƯƠNG PHÁP CHUNG ĐỂ GIẢI BÀI TẬP TOÁN HỌC

1) Loại bài tập có sẵn thuật toán:

Giáo viên cần lưu ý học sinh một số vấn đề sau:

+ Học sinh không nên xem thường dạng bài tập này vì cho rằng đã học thuộc thuật toán.

+ Đây là dạng toán rèn luyện kỹ năng, kỹ xảo cho học sinh nên phải giải nhiều bài tập dạng này.

+ Học sinh phải giải nhiều và giải thành thạo dạng toán này (dạng nhìn vào nhận biết ngay) để có cơ sở giải những bài tập phức tạp hơn (nghĩa là dạng toán phải qua một số phép biến đổi mới thành dạng toán có thuật toán).

Sau đây là một số ví dụ minh họa cho những ý trên.

** Ví dụ về các bài toán có thể áp dụng ngay thuật toán:*

1) Giải phương trình:

$$3x^2 - 4x + 1 = 0.$$

2) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$$

3) Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $4x - 8 = 0$. b) $-5x + 9 \geq 0$.

** Ví dụ về bài toán phức tạp hơn qua một số bước biến đổi thành các bài toán có sẵn thuật toán:*

1) Giải phương trình:

$$4(4x + 5) = 7(5x - 3).$$

2) Giải phương trình:

$$3(2x + 1)^2 - 4(2x + 1) + 1 = 0.$$

3) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 2x^2 + y = 5 \end{cases}$$

2) Loại bài tập chưa có sẵn thuật toán:

– Loại bài tập này chiếm số lượng lớn trong SGK và gây khó khăn không ít cho học sinh, dẫn đến tâm lí thiếu tự tin khi tiếp xúc với các bài tập toán. Do vậy khi dạy cho học sinh giải những bài tập này, người giáo viên không chỉ cung cấp lời giải mà quan trọng hơn là giáo viên phải giúp học sinh biết cách tìm ra đường lối giải bài toán. Theo Polya, phương pháp tìm tòi lời giải có thể thực hiện như sau:

a. <u>Tìm hiểu nội dung của bài toán</u>.

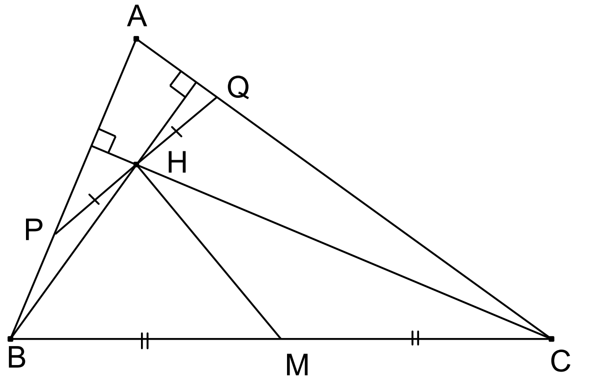
– Giáo viên cho học sinh đọc qua một lượt đề bài, làm rõ các yếu tố của đề bài, các khái niệm (nếu có) để nắm thật rõ đề bài.

– Cần xác định đâu là cái phải tìm? Đâu là cái đã cho? Cái phải tìm cần thỏa mãn điều kiện nào? Các điều kiện đã cho đủ để xác định cái phải tìm hay chưa đủ? Hay thừa? Hay có mâu thuẫn?

– Nếu là bài toán hình học: Hãy vẽ hình, hãy sử dụng các kí hiệu thích hợp, hình vẽ phải có tính tổng quát, không được vẽ những trường hợp đặc biệt.

** Ví dụ:*

Cho tam giác nhọn ABC. H là trực tâm, qua H vẽ đường thẳng cắt AB, AC tại P, Q sao cho PH = HQ. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng MH ⊥ PQ.



** Tìm hiểu đề toán:*

+ Yêu cầu học sinh đọc kĩ đề, nắm được tam giác nhọn là gì? Trực tâm là gì?

+ Yêu cầu học sinh vẽ hình, kí hiệu phù hợp.

+ Yêu cầu học sinh cho biết giả thiết của bài toán: H là trực tâm của tam giác ABC, PH = HQ, MB = MC. (P ∈ AB, Q ∈ AC, M ∈ BC).

+ Yêu cầu học sinh cho biết yêu cầu của bài tập: Chứng minh MH ⊥ PQ.

b. <u>Xây dựng chương trình giải</u>.

– Giáo viên gợi ý để học sinh tìm ra phương hướng giải bằng hệ thống câu hỏi:

+ Em đã gặp bài toán dạng này chưa? Hay đã gặp ở một dạng hơi khác?

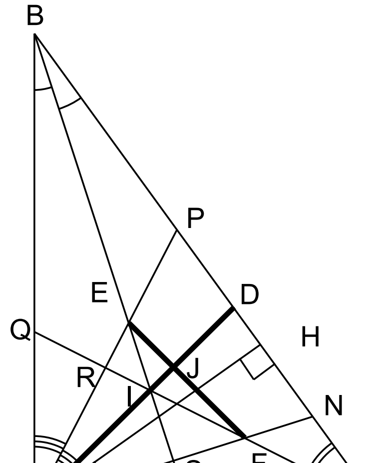
+ Hãy xét kỹ yếu tố chưa biết và thử nhớ lại một bài toán quen thuộc có cùng yếu tố chưa biết hay có yếu tố chưa biết tương tự.

+ Em có biết một bài toán nào có liên quan không? Có thể áp dụng một định lí nào đó không?

+ Có thể chia bài toán thành các bài toán bộ phận không?

** Ví dụ:*

Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ đường cao AH ⊥ BC (H ∈ BC). Gọi E, F, I lần lượt là tâm các đường tròn nội tiếp các tam giác AHB, AHC, ABC. Chứng minh rằng AI ⊥ EF.



** Hệ thống câu hỏi:*

+ Nêu các cách chứng minh hai đường thẳng vuông góc?

+ Trong những cách đó cách nào có thể vận dụng trong bài toán này ?

Nếu học sinh chưa thể tìm ra được cách để áp dụng, giáo viên sẽ gợi ý: Chú ý đến ΔAEF, kiểm tra xem FR có vuông góc với AE và ES có vuông góc với AF không?

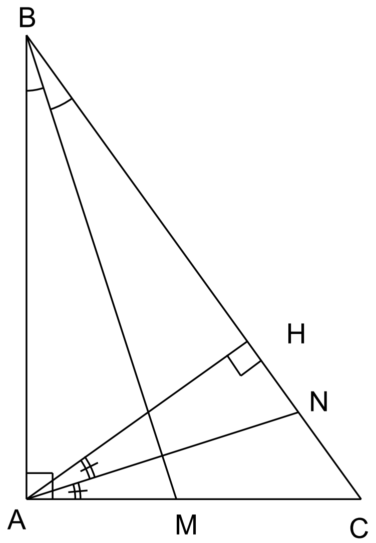
Học sinh sẽ kiểm tra bằng dụng cụ, rõ ràng hai cặp đoạn thẳng này lần lượt vuông góc với nhau.

+ Ta sẽ áp dụng định lí nào để chứng minh kết luận của bài toán?

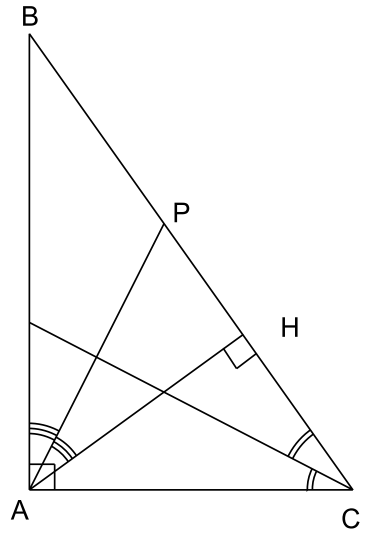
Học sinh sẽ trả lời được là sử dụng định lí về tính chất ba đường cao. Vấn đề là làm sao chứng minh FR ⊥ AE và ES ⊥ AF.

Giáo viên gợi ý cho học sinh bằng cách tách bài toán trên thành các bài toán nhỏ:

1) Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ đường cao AH ⊥ BC (H ∈ BC). Gọi AN là tia phân giác của góc HAC (N ∈ BC). Chứng minh tia phân giác của góc B vuông góc với AN.



2) Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ đường cao AH ⊥ BC (H ∈ BC). Gọi AP là tia phân giác của góc HAB (P ∈ BC). Chứng minh tia phân giác của góc C vuông góc với AP.



Từ hai bài tập này, dễ dàng chứng minh được AI ⊥ EF vì I chính là trực tâm của tam giác AEF.

c. Trình bài lời giải.

– Nắm lại toàn bộ cách giải đã tìm ra ở bước 2, trình bày lại lời giải sau khi đã cân nhắc kỹ lưỡng các luận cứ, luận chứng, chính xác hóa các dự đoán, phát hiện, điều chỉnh những yếu tố lệch lạc nhứt thời, những chổ cần thiết.

Theo ví dụ trên, ta có lời giải như sau:

Xét ΔvHAN có:

$\widehat{HNA}+\widehat{HAN}=90^\circ$.

Mà $\widehat{HAN}=\widehat{NAC}\Rightarrow\widehat{HNA}+\widehat{NAC}=90^\circ$ (1)

Mặt khác: $\widehat{BAN}+\widehat{NAC}=90^\circ$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ $\widehat{BAN}=\widehat{HNA}$.

$\Rightarrow$ ΔBAN cân tại B.

Mà BM là tia phân giác của góc B nên BM cũng là đường cao của ΔBAN.

$\Rightarrow$ BM $\perp$ AN (*)

Chứng minh tương tự ta cũng được CQ $\perp$ AP (**)

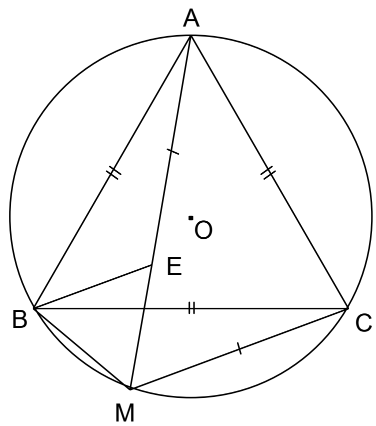
Từ (*) và (**) $\Rightarrow$ I là trực tâm của ΔEAF.

$\Rightarrow$ AI cũng là đường cao của ΔEAF.

$\Rightarrow$ AI $\perp$ EF ❐

d. Kiểm tra và nghiên cứu sâu lời giải.

– Đa số các bài tập khi đã giải xong thì cả học sinh và giáo viên thường cho rằng mình đã hoàn thành nhiệm vụ, ít khi chịu tìm hiểu, nghiên cứu lại lời giải. Việc xem xét lại lời giải và nghiên cứu sâu hơn về bài toán là một việc làm cần thiết, đôi khi đem đến những điều bất ngờ, thú vị.



* *Ví dụ:* Xét bài toán: Cho tam giác ABC đều nội tiếp trong đường tròn tâm O. M là điểm bất kì trên cung nhỏ BC. Chứng minh rằng MA = MA + MC.

Giải:

Trên AM đặt điểm E sao cho AE = MC.

$\Rightarrow$ ΔAEB = ΔCMB (c.g.c)

$\Rightarrow$ ΔBME cân tại B (vì BE = BM).

Mà $\widehat{BME}=\widehat{BCA}=60^\circ$ (Góc nội tiếp cùng chắn cung)

$\Rightarrow$ ΔBME đều $\Rightarrow$ ME = MB.

$\Rightarrow$ MA = MB + MC (Vì MB = ME, MC = AE) ❐

* *Tìm hiểu lời giải khác:*

Trên tia MA đặt điểm E sao cho ME = MB

$\Rightarrow$ ΔMBE đều (Vì ME = MB, $\widehat{BME}=\widehat{BCA}=60^\circ$).

$\Rightarrow$ BE = BM

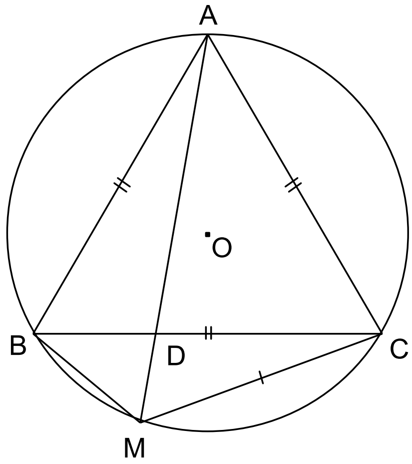
Mà: $\widehat{ABE}+\widehat{EBC}=\widehat{EBC}+\widehat{CBM}=60^\circ\Rightarrow\widehat{ABE}=\widehat{CBM}$

$\Rightarrow$ ΔAEB = ΔCMB (c.g.c)

$\Rightarrow$ EA = MC

$\Rightarrow$ MA = MB + MC (Vì MB = ME, MC = AE) ❐

** Đề xuất bài toán mới:*



Gọi D là giao điểm của AM và BC, ta thấy $\Delta MBD \backsim \Delta MAC$ ($\widehat{MBD} = \widehat{MAC}$, $\widehat{BMD} = \widehat{AMC} = 60^o$).

$$\Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MC}{MD} \Leftrightarrow \frac{MB + MC}{MB} = \frac{MC}{MD} \Leftrightarrow 1 + \frac{MC}{MB} = \frac{MC}{MD} \Leftrightarrow \frac{1}{MB} + \frac{1}{MC} = \frac{1}{MD}$$

Bài toán thành:

Cho tam giác ABC đều nội tiếp trong đường tròn tâm O. M là điểm bất kì trên cung nhỏ BC. Gọi D là giao điểm của AM và BC. Chứng minh rằng:

a) MA = MA + MC.

b) $\frac{1}{MB} + \frac{1}{MC} = \frac{1}{MD}$.

—HẾT—